

**Темы по математике для поступающих в 10 физико-математический, 10
информационно-математический и 10 физико-технический классы Школы
космонавтики в 2020 году**

1. **Квадратные уравнения.** Квадратичная зависимость. Свойства и график функции $y = x^2$. Квадратный корень и его свойства. Арифметический квадратный корень и его свойства. Дискриминант. Графическое решение квадратных уравнений. Расположение параболы в зависимости от коэффициентов.
2. **Многочлены.** Многочлены от одной переменной. Сумма и произведение многочленов. Разложимость многочленов на множители. Деление с остатком. Схема деления «уголком». Значение многочлена. Теорема Безу. Корень многочлена. Теорема Гаусса о рациональных корнях. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители. Теорема Виета для корней квадратного трёхчлена. Обратная теорема Виета.
3. **Алгебраические дроби.** Область определения алгебраической дроби. Основное свойство алгебраических дробей. Сокращение алгебраических дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Применение дробей к решению линейных уравнений с параметром.
4. **Выражения с радикалами. Степень с рациональным показателем.** Освобождение от иррациональности в знаменателе. Степень с показателем $1/2$, степень с показателем $m/2$. Кубический корень. Функции $y = x^n$ и $y = \frac{1}{x^n}$. Параллельный перенос графика функции. Арифметический корень m -ой степени из неотрицательного числа. Правила действия с корнями n -й степени. Решение биквадратного уравнения. Степень с рациональным показателем. Произведение и отношения степеней с разными основаниями. Логарифм степени с рациональным показателем.
5. **Тригонометрические функции направленного угла.** Изображение угла на тригонометрической окружности. Поворот положительного луча оси абсцисс на угол φ . Угол отрицательной величины. Тригонометрические функции направленных углов. Вычисление тригонометрических функций углов от -360° до 360° . Функция $y = \sin x$, функция $y = \cos x$; их свойства и графики.
6. **Формулы преобразования тригонометрических функций.** Косинус суммы и разности углов. Синус суммы и разности углов. Тангенс и котангенс суммы углов. Косинус и синус двойного угла. Тангенс двойного угла. Формулы понижения степени тригонометрических функций. Синус тройного угла. Формулы приведения.
7. **Числовые функции.** Чётные и нечётные функции. Промежутки монотонности. График функции. Растяжение и сжатие вдоль осей координат. Гиперболы вида $y = \frac{k}{x}$. Ветви и асимптоты гиперболы. Дробно-линейная функция и её график.
8. **Системы уравнений.** Равносильность систем уравнений. Несовместная система уравнений. Метод подстановки. Замена неизвестных. Однородные системы линейных уравнений, их решение методом Гаусса.
9. **Неравенства.** Строгие и нестрогие неравенства. Свойства неравенств. Равносильные неравенства. Системы линейных неравенств с двумя неизвестными. Линейные функции от двух переменных. Значение линейной функции на части плоскости. Задание выпуклого многоугольника системой неравенств. Общий вид квадратного неравенства. Правило нахождения корней квадратного неравенства. Графический метод решения квадратных неравенств. Знаки квадратного трёхчлена на промежутках числовой прямой. Метод интервалов для произведения линейных множителей. Метод интервалов при нелинейных множителях.
10. **Последовательности.** Способы задания последовательности. Метод математической индукции. Обобщение схемы индукции. Арифметическая прогрессия. Формула общего члена и характеристическое свойство арифметической прогрессии. Сумма членов арифметической прогрессии. Геометрическая прогрессия. Формула общего члена и характеристическое свойство геометрической прогрессии. Сумма членов геометрической прогрессии.

11. **Треугольник.** Равнобедренный треугольник и его свойства. Прямоугольный треугольник и его свойства. Высоты, биссектрисы и медианы треугольника. Признаки равенства треугольников. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Площадь прямоугольного треугольника. Формула площади произвольного треугольника. Площадь равностороннего треугольника. Теорема Пифагора и теорема, обратная теореме Пифагора.
12. **Параллелограмм.** Свойства и признаки параллелограмма. Прямоугольник и ромб как частные случаи параллелограмма. Вычисление площади параллелограмма.
13. **Пропорциональные отрезки, гомотетия и подобие.** Гомотетия точки. Центр и коэффициент гомотетии. Основное свойство гомотетии. Теорема Фалеса. Обобщённая теорема Фалеса. Средняя линия треугольника и её свойство. Свойство точки пересечения медиан треугольника. Подобие фигур. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных треугольников. Свойства высоты прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе. Основное свойство биссектрисы угла треугольника. Признак биссектрисы треугольника. Теорема о средней линии трапеции. Формула площади трапеции.
14. **Векторы. Скалярное произведение векторов.** Связанные векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на действительное число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Равенство векторов и его свойства. Свободные векторы. Законы сложения и умножения для свободных векторов. Скалярное произведение векторов. Координатное определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения. Преобразование выражений с векторами. Скалярный квадрат. Нахождение угла между векторами с помощью скалярного произведения. Скалярное произведение перпендикулярных векторов.
15. **Хорды, секущие и углы.** Угловая мера дуги окружности. Теорема об измерении вписанного угла. Величины вписанных углов окружности, опирающихся на одну хорду. Измерение угла между секущими. Угол между касательной и секущей. Угол между хордой и касательной. Измерение угла с вершиной внутри окружности. Свойство отрезков пересекающихся хорд. Признак расположения четырёх точек на одной окружности. Свойство отрезков и секущих. Свойство касательной и отрезков секущей. Признак касательной к окружности. Степень точки относительно окружности.
16. **Метрические соотношения в треугольнике.** Теорема косинусов, её применение для вычисления элементов треугольника и длины медианы треугольника. Свойство диагоналей параллелограмма. Вычисление площади треугольника через две стороны и угол между ними. Формула Герона. Вычисление сторон вписанного в окружность треугольника. Теорема синусов, её применение для вычисления элементов треугольника и нахождения радиуса описанной окружности.
17. **Элементы комбинаторики и теории вероятностей.** Правило суммы и правило произведения. Сочетание из n элементов по k . Размещение из n элементов по k . Перестановки. Эксперименты с равновероятными исходами. Классическое определение вероятности и его применение для решения задач.
18. **Элементы математической логики.** Высказывания. Предикаты. Область истинности предиката. Равносильность предикатов. Квантор всеобщности. Квантор существования. Конъюнкция высказываний и предикатов. Дизъюнкция высказываний и предикатов. Отрицание высказывания и предиката. Импликация высказываний и предикатов. Равносильность высказываний. Логическая форма теоремы. Пример и контрпример. Необходимость и достаточность. Обратное утверждение. Метод доказательства от противного. Противоположное утверждение. Прямая и обратная теоремы. Теоремы существования