Контрольная работа по математике для поступающих в 8 класс

Демоверсия

Решение и ответы

Задание 1

а) 8 не является степенью 3, значит, и 8^{10} степенью 3 не является;

б) $27^5 \cdot 27^5 = (3^3)^5 \cdot (3^3)^5 = 3^{15} \cdot 3^{15} = 3^{30}$;

в) $3^3 \cdot 9^3 \cdot 27^3 = 3^3 \cdot (3^2)^3 \cdot (3^3)^6 = 3^3 \cdot 3^6 \cdot 3^{18} = 3^{27} \neq 3^{30}$;

г) $3^5 \cdot 9^2 \cdot 27^3 \cdot 81^2 = 3^5 \cdot (3^2)^2 \cdot (3^3)^3 \cdot (3^4)^2 = 3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^9 \cdot 3^8 = 3^{26} \neq 3^{30}$.

Ответ: б.

Задание 2

а) Каждый член данного многочлена можно представить в виде квадрата, следовательно, для разложения на множители можно воспользоваться формулой разности квадратов:

$$a^4 - 1 = (a^2)^2 - 1^2 = (a^2 - 1)(a^2 + 1) = (a - 1)(a + 1)(a^2 + 1).$$

б)Переставив слагаемые в заданной алгебраической сумме, мы получим куб разности чисел *c* и 1:

$$3c - 1 - 3c^2 + c^3 = c^3 - 3c^2 + 3c - 1 = (c - 1)^3.$$

в) Заметим, что $x^6 = (x^3)^2$, $1 = 1^2$, $2x^3$ является удвоенным произведением x^3 и 1. Значит, для разложения многочлена на множители можно воспользоваться формулой квадрата разности:

$$x^6 - 2x^3 + 1 = (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 1 - 1^2 = (x^3 - 1)^2.$$

г) Заметим, что многочлену не хватает для полного квадрата единицы. Если мы прибавим к нему, а затем вычтем число 1, то выражение не изменится, но в нём можно будет выделить полный квадрат:

$$x^2 + 4x + 3 = x^2 + 4x + 3 + 1 - 1 = x^2 + 4x + 4 - 1.$$

Полученное выражение представляет собой разность квадратов. Разложим его на множители:

$$(x + 2)^2 - 1^2 = (x + 2 - 1)(x + 2 + 1) = (x + 1)(x + 3).$$

Можно было разложить многочлен на множители способом группировки, разбив слагаемое *4x* на два слагаемых *x* и *3x*:

$$x^2 + 4x + 3 = x^2 + x + 3x + 3 = (x^2 + x) + (3x + 3) = x(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(x + 3)$$

.

Ответ: а) $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$; б) $(c - 1)^3$; в) $(x^3 - 1)^2$; г) $(x + 1)(x + 3)$.

Задание 3

Вычитаем из левой части правую и производим над разностью равносильные преобразования. Если в итоге получаем нуль, то тождество считается доказанным.

$$(5x-3y)^2-(2x+2y)^2-(3x-5y)(7x-y)=$$
$$=25x^2-30xy+9y^2-4x^2-8xy-4y^2-21x^2+3xy+35xy-5y^2=0.$$

Тождество доказано.

Ответ: тождество верно.

Задание 4

Умножим первое уравнение системы на 2, а второе – на 3, получим: $\begin{cases}4x-6y=6,\\9x+6y=33.\end{cases}$

Решим систему методом сложения: $4x+9x-6y+6y=6+33$

$$13x=39$$

$$x=3.$$

Вычислим y: $2y=11-3\cdot 3$, откуда $y=1$. Получили $(3;\ 1)$ – решение системы.

Ответ: $(3;\ 1)$.

Задание 5

Запишем данные в таблицу, обозначив массу цинка *x*кг.

Масса (кг)	Первоначальный сплав	Новый сплав
Медь	x + 60	x + 60
Цинк	x	x
Латунь	2x + 60	2x + 160

По условию задачи новый сплав содержит 70 % меди. Составим пропорцию:

$2x+160$ (кг) $-$ 100 %

$x+160$ (кг) $-$ 70 %

Составим и решим уравнение.

$100(x+160)=70(2x+160)$

$100x+16000=140x+11200$

$40x=4800$

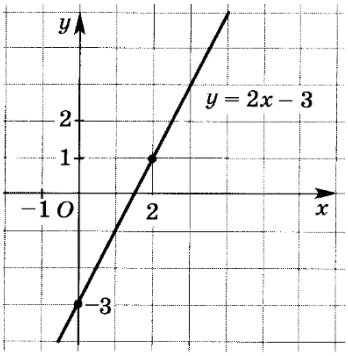
$x=120$

Итак, в первоначальном куске латуни было 120 кг цинка и 180 кг меди, весь кусок имеет массу 300 кг. Тогда процент содержания меди в первоначальном куске латуни составит

$180:300=0{,}6$ или 60 %.

Ответ: 60 %.

Задание 6



Графиком линейной функции является прямая. Найдем координаты двух её точек:

$x_1 = 0,\ \ y_3 = -3;\ \ x_2 = 2,\ \ y_2 = 1$. Отметим точки в системе координат и проведем через них прямую. а) Функция обращается в нуль при $x = 1{,}5$; б) функция принимает положительные значения при любом $x \in (1{,}5;\ +\infty)$; в) функция принимает отрицательные значения при любом $x \in (-\infty;\ 1{,}5)$.

Задание 7

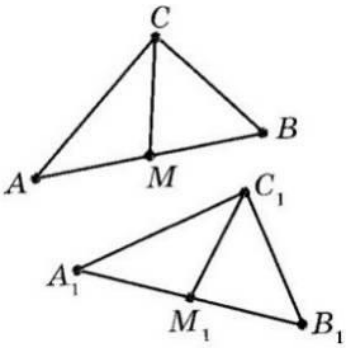
а) При решении задач со стрелками необходимо учитывать следующее: между двумя соседними часовыми делениями угол равен 30°, половине часа соответствует смещение часовой стрелки на половину этого угла. Тогда в 2 ч 30 мин угол между стрелками равен

$$30° \cdot 3 + 15° = 105°.$$

б) Половина развёрнутого угла – это 90°. Поделив 1,8 на 90, получаем $\frac{1}{50}$.

Ответ: а) 105°; б) $\frac{1}{50}$.

Задание 8



1. Так как точка M – середина AB, то BM = 0,5 AB. Точно так же $B_1M_1 = 0{,}5\ A_1B_1$. Поэтому в треугольниках BMC и $B_1M_1C_1$ имеем: $BC = B_1C_1$, $CM = C_1M_1$, $BM = B_1M_1$. По третьему признаку равенства треугольниковполучаем, что $\Delta CBM = \Delta C_1B_1M_1$.

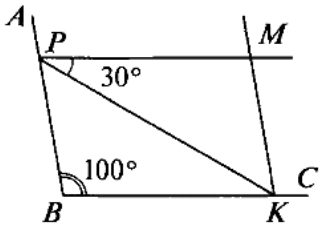
Отсюда следует, что $\angle CBM = \angle C_1B_1M_1$.

2. Рассмотрим теперь треугольники ABC и $A_1B_1C_1$.

Имеем: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. Следовательно, по первому признаку равенства треугольников $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Ответ: треугольники *ABC* и $A_1B_1C_1$ равны.

Задание 9



1. $\angle APM = \angle PBK = 100°$, как соответственные углы при параллельных прямых MP и BK и секущей AB.

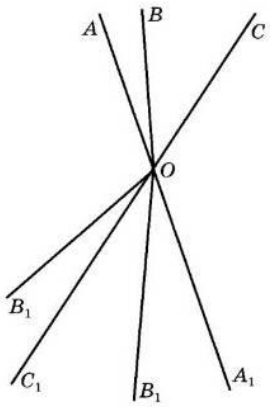
2. $\angle APM = \angle PMK = 100°$, как накрест лежащие при параллельных прямых AB и MK и секущей PM.

3. Сумма углов треугольника равна 180°, тогда в ΔMPK:

$$\angle MKP = 180° - 100° - 30° = 50°.$$

Ответ: $30°,\ 100°,\ 50°$.

Задание 10



1. Обозначим через A_1OC_1 угол, вертикальный к AOC. Если луч *OB* проходит внутри угла *AOC*, то ответ очевиден, угол между биссектрисами равен 8°. Если этот луч проходит внутри угла AOC_1или COA_1, тоответ не изменится.
2. Пусть теперь луч *OB* проходит внутри угла A_1OC_1. Положим теперь $\angle A_1OB = 2\alpha$. Значит, $\angle AOB = 180° - 2\alpha$,

$\angle BOC = 180° – 16° + 2\alpha = 164° + 2\alpha$. Искомый угол между биссектрисами углов *AOB* и *BOC* равен

$$\frac{1}{2}(180° - 2\alpha) + \frac{1}{2}(164° + 2\alpha) = 90° - \alpha + 82° + \alpha = 172°.$$

Таким образом, задача имеет два решения 8° или 172°.

Ответ: 8° или 172°.