

КГАОУ «Школа космонавтики»

 Заочное отделение

**Информатике
7-9 класс**

**Логика**

**Пособие № 3**

г. Железногорск

2016

# Алгебра логики



**Логика** (от древнегреческого λόγος - "мысль", "рассуждение") — это наука о том, как правильно рассуждать, делать выводы, доказывать утверждения.

Древнегреческий философ **Аристотель** стал основоположником формальной логики, которая отвлекается от конкретного содержания понятий и изучает общие правила построения правильных выводов из известной информации, которая считается истинной.

Алгебра логики возникла в середине ХIХ века в трудах английского математика **Джорджа Буля**. Ее создание представляло собой попытку решать традиционные логические задачи алгебраическими методами. Поэтому алгебру логики называют еще **булевой алгеброй**. Алгебра логики в отличие от математической алгебры оперирует не числами, а высказываниями.

**Логическое высказывание** - это повествовательное предложение, про которое можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Следующие предложения можно считать логическими высказываниями:

* *Сейчас идет дождь.*
* *Кошки относятся к млекопитающим.*
* *4 + 6 = 20*

А эти предложения высказываниями не являются:

* *Посмотрите на улицу!* (Это призыв к действию, не повествовательное предложение)
* *Который час?* (Вопрос, не повествовательное предложение)
* *История - интересный предмет.* (Нет однозначности, для кого-то это будет истинным, а для кого-то ложным утверждением)

Какая же связь между логикой и компьютерами? Если обозначить истинное значение единицей, а ложное - нулем, то получится, что формальная логика представляет собой правила выполнения операций с нулями и единицами, т.е. с двоичными кодами. Именно такой способ используется в компьютерах для кодирования всех видов информации. Поэтому оказалось, что обработку данных можно свести к выполнению логических операций.

## Основные логические операции

Обычно высказывания обозначают латинскими буквами (как переменные величины в математике). Если обозначить

А – "Идет дождь",

В – "Дует ветер",

то из простых высказываний можно составить сложные высказывания:

не А – "Дождь не идет",

не В – "Ветер не дует",

А и В – "Идет дождь и дует ветер",

А или В – "Идет дождь или дует ветер".

## Операция "НЕ" - отрицание, инверсия

Если высказывание А истинно, то НЕ А будет ложно, и наоборот. Выражение НЕ А в алгебре логики записывают $\overbar{А}$ или ¬А, в языках программирования Паскаль и Бейсик not A, в языке программирования Си как !А.

Операцию НЕ можно задать таблицей истинности, где 1 - истина, 0 - ложь.

|  |  |
| --- | --- |
| А | $$\overbar{А}$$ |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Эта таблица состоит из двух частей: слева перечисляются все возможные значения исходной величины (их всего два - 0 и 1), а в последнем столбце записывают результат выполнения логической операции для каждого из этих вариантов. Таблица истинности задает **логическую функцию**, т.е. правила преобразования входных логических значений в выходные.

## Операция "И" - логическое умножение, конъюнкция

Операция И выполняется с двумя логическими высказываниями, которые мы обозначим как А и В. Результат этой операции записывают А и В, А ⋅ В, А&В, А and В, А ∧ В. В таблице истинности будет два столбца с исходными данными. Возможны 4 комбинации для А и В: 00, 01, 10, 11.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А ⋅ В |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

## Операция "ИЛИ" - логическое сложение, дизъюнкция

Операцию ИЛИ записывают А или В, А + В, А | В, А or В, А ∨ В.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А ⋅ В |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

## Логические выражения

Обозначив простые высказывания буквами и используя логические операции, можно записать любое высказывание в виде логического выражения. Например, пусть система сигнализации должна дать аварийный сигнал, если вышли строя два из трех двигателей самолета.

А - "Первый двигатель вышел из строя"

В - "Второй двигатель вышел из строя"

С - "Третий двигатель вышел из строя"

Х - "Аварийная ситуация"

Тогда логическое высказывание Х можно записать в виде логической формулы:

Х = (А ⋅ В) + (С ⋅ В) + (А ⋅ С)

## Решение логических задач

Разнообразие логических задач очень велико. Способов их решения тоже немало. Но наибольшее распространение получили следующие три способа решения логических задач:

* средствами алгебры логики;
* табличный;
* с помощью рассуждений.

Для применения первого способа необходимо знать законы логики (это темы 10-11 класса). Последним способом обычно решают несложные логические задачи. Подробно разберем решение логических задач с помощью таблиц.

**Задача 1.**

В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что:

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

*Решение*.

Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трoе, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе, а из условий 3 и 5, что Браун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструменты Брауна — альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит |   |   | 0 | 0 |   | 0 |
| Вессон |   |   | 0 | 0 |   |   |

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки "Вессон" можно заполнить нулями:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | 0 |   | 0 | 0 |   | 0 |
| Вессон | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Из таблицы видно, что играть на флейте и на гобое может только Смит.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|   | скрипка | флейта | альт | кларнет | гобой | труба |
| Браун | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Смит | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Вессон | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

*Ответ:* Браун играет на альте и кларнете, Смит — на флейте и гобое, Вессон — на скрипке и трубе.

**Задача 2.**

Для какого из приведённых чисел истинно высказывание:

(Пер­вая цифра чётная) И НЕ(Сумма цифр чётная)?

1) 648

2) 452

3) 357

4) 123

*Решение*.

Логическое «И» истинно только тогда, когда истинны оба высказывания. Про­верим все варианты ответа.

1) Ложно, поскольку ложно второе высказывание 1 ⋅ $\overbar{1}$ = 1 ⋅ 0 = 0.

2) Истинно, поскольку истинны оба высказывания 1 ⋅ $\overbar{0}$ = 1⋅1 = 1.

3) Ложно, поскольку ложно первое высказывание 0 ⋅ $\overbar{0}$ = 0 ⋅ 1 = 0.

4) Ложно, поскольку ложны оба высказывания 0 ⋅ $\overbar{1}$ = 0 ⋅ 0 = 0.

*Ответ:* 2*.*

**Задача 3.**

Для какого из приведённых значений числа X истинно высказывание (указать номер правильного варианта):

НЕ (X < 3) И (X < 4)?

1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

*Решение*.

Логическое «И» истинно только тогда, когда истинны оба высказывания. Запишем выражение в виде

(X ≥ 3) И (X < 4)

и проверим все варианты ответа.

1) Ложно, поскольку ложно второе высказывание: 5 меньше 4.

2) Ложно, поскольку ложно первое высказывание: 2 не меньше 3.

3) Истинно, поскольку истинны оба высказывания: 3 не меньше 3 и 3 меньше 4.

4) Ложно, поскольку ложно второе высказывание: 4 меньше 4.

*Ответ:* 3*.*

**Задача 4.**

Для какого из приведённых имён истинно высказывание:

НЕ((Первая буква согласная) ИЛИ (Последняя буква гласная))?

1) Иван 2) Семён 3) Никита 4) Михаил

*Решение*.

Для того, чтобы высказывание было истинным, необходимо, чтобы выражение в скобках было ложным. Логическое «ИЛИ» ложно, когда ложны оба высказывания. Следовательно, первая буква имени должна быть гласной, а последняя − согласной. Таким условиям удовлетворяет только имя «Иван».

*Ответ:* 1.

**Задача 5.**

В таблице приведены за­просы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашёл поисковый сервер по каждому запросу. По всем запросам было найдено разное количество страниц. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ «|», а для логической операции «И» — «&»:

|  |  |
| --- | --- |
| **Код** | **Запрос** |
| А | Рыжий | Честный | Влюблённый |
| Б | (Рыжий & Честный) | Влюблённый |
| В | Рыжий & Честный |
| Г | Рыжий & Честный & Влюблённый |

*Решение*.

Чем больше в запросе «ИЛИ», тем больше результатов выдаёт поисковый сервер. Чем больше в запросе операций «И», тем меньше результатов выдаст поисковый сервер. Таким образом, ответ ГВБА.

*Ответ:* ГВБА.

**Задача 6.**

Приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке убывания количества страниц, которые нашёл поисковый сервер по каждому запросу. По всем запросам было найдено разное количество страниц.

|  |  |
| --- | --- |
| Код | Запрос |
| А | Есенин & Фет |
| Б | (Есенин & Фет) | Тютчев |
| В | Есенин & Фет & Тютчев |
| Г | Есенин | Фет | Тютчев |

*Ответ:* ГБАВ.

**Задача 7.**

Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных «Факультеты».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Факультет* | *План приёма* | *Стоимость обучения* | *Стипендия* |
| Менеджмент | 100 | 50000 | Есть |
| Дизайн | 140 | 60000 | Нет |
| Маркетинг | 20 | 25000 | Есть |
| История | 35 | 40000 | Есть |
| Философия | 20 | 40000 | Есть |
| Психология | 16 | 21000 | Нет |
| Педагогика | 100 | 28000 | Есть |
| Управление качеством | 35 | 20000 | Нет |

Сколько факультетов в данном фрагменте удовлетворяют условию

(План приёма < 50) И (Стоимость обучения < 30 000)?

*Решение*.

Логическое «И» истинно тогда, когда истинны оба высказывания. Следовательно, подходят варианты, в которых план приёма составил менее 50 и стоимость обучения была менее 30 000. Таких вариантов 3.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Маркетинг | 20 | 25000 | Есть |
| Психология | 16 | 21000 | Нет |
| Управление качеством | 35 | 20000 | Нет |

*Ответ:* 3.

## Задачи

1. Приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашёл поисковый сервер по каждому запросу.

|  |  |
| --- | --- |
| Код | Запрос |
| А | Солнце | Воздух | Вода |
| Б | (Солнце & Воздух) | Вода |
| В | Солнце & Воздух |
| Г | Солнце & Воздух & Вода |

2\*. В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите обозначения запросов в порядке убывания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

|  |  |
| --- | --- |
| Код | Запрос |
| А | гуппи | скалярии |
| Б | (гуппи & скалярии) & (кормление | лечение) |
| В | гуппи |
| Г | гуппи & скалярии |

3. Для какого из приведённых значений числа X истинно высказывание:

(X < 7) И НЕ (X < 6)?

1) 4

2) 5

3) 6

4) 7

4. Для какого из приведённых имён истинно высказывание:

НЕ (Первая буква гласная) И НЕ (Последняя буква согласная)?

1) Инна

2) Нелли

3) Иван

4) Потап

5. Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных о погоде.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Дата* | *Температура* | *Давление* | *Ветер* | *Осадки* |
| 01.05.2010 | 17 | 754 | 9 | нет |
| 02.05.2010 | 16 | 752 | 11 | нет |
| 03.05.2010 | 14 | 749 | 15 | нет |
| 04.05.2010 | 14 | 747 | 17 | дождь |
| 05.05.2010 | 15 | 745 | 14 | дождь |
| 06.05.2010 | 13 | 750 | 13 | дождь |
| 07.05.2010 | 12 | 751 | 8 | нет |
| 08.05.2010 | 15 | 749 | 5 | нет |

Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию

(Температура (°С) > 15 ) ИЛИ (Давление (мм рт. ст.) > 747)?

6. Три девочки — Роза, Маргарита и Анюта представили на конкурс цветоводов корзины выращенных ими роз, маргариток и анютиных глазок. Девочка, вырастившая маргаритки, обратила внимание Розы на то, что ни у одной из девочек имя не совпадает с названием любимых цветов.
Какие цветы вырастила каждая из девочек?

7\*. Пятеро одноклассников: Ирена, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим стали победителями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что:

* победитель олимпиады по информатике учит Ирену и Тимура работе на компьютере;
* Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой;
* Тимур всегда побаивался физики;
* Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием;
* Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике;
* Ирена сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу.

Победителем какой олимпиады стал каждый из этих ребят?

**Список литературы**

1. Сайт К. Полякова http://kpolyakov.spb.ru/download/inf-2014-12b.pdf
2. Информатика. Шауцукова Л.З. Информатика (учебное пособие для 10-11)
- М.: Просвещение, 2000 г
3. Сайт "Решу ОГЭ" Д. Гущина https://inf-oge.sdamgia.ru